Skript Potenzen

Einführung:

2³ = 8

2³ bezeichnet man als Potenz. Dabei ist 3 der Exponent und 2 die Basis.

Es gilt 23 = 2 ∙ 2 ∙ 2 = 8

Allgemein formuliert: an = a ∙ a ∙ … ∙ a

Potenzen mit gleicher Basis:

Potenzen mit gleicher Basis und unterschiedlichen Exponenten werden multipliziert, indem man die Exponenten addiert und die Basis beibehält.

Beispiele

$$2^{3}⋅2^{4}=2^{3+4}= 2^{7}$$

$2^{2}⋅2^{-2}=2^{2+\left(-2\right)}$ = 20 = 1

$$a^{2}⋅a^{n}=a^{2+n}$$

$a^{n}⋅a^{2n}=a^{n+2n}$= a3n

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2}⋅\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}=\left(\frac{1}{2}\right)^{2+(-3)}=\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}=\left(\frac{2}{1}\right)^{+1}=2^{1}=2$$

$$x^{4}⋅x^{-5}=x^{4-5}=x^{-1}=\frac{1}{x^{1}}=\frac{1}{x}$$

Bisher haben wir die Regel noch nicht bewiesen. Dies holen wir nun nach:

|  |
| --- |
| Behauptung: $a^{b}⋅a^{c}=a^{b+c}$Beweis: $a^{b}⋅a^{c}$ = $a⋅… ⋅a$$ ⋅ $$ a⋅… ⋅a$= $a^{b+c}$ b-mal c-mal |

Weitere Aufgaben:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2}⋅\left(\frac{1}{2}\right)= \left(\frac{1}{2}\right)^{2}⋅\left(\frac{1}{2}\right)^{1}= \left(\frac{1}{2}\right)^{3} $$

Schreibe als eine Potenz:

x3 $ ⋅ $x5 = x8

(-2)2 $⋅$ (-2)3 = (-2)5 = - 32

$\left(\sqrt{2}\right)^{2}∙\left(\sqrt{2}\right)^{2}= \left(\sqrt{2}\right)^{4}=2 ∙2=4 $$2 $

$$\left(2\sqrt{3}\right)^{1}∙\left(2\sqrt{3}\right)^{2}= \left(2\sqrt{3}\right)^{3}=2 ∙2 ∙\sqrt{3} =4\sqrt{3}$$

Division zweier Potenzen mit gleicher Basis:

Potenzen mit gleicher Basis und unterschiedlichen Exponenten werden dividiert, indem man die Exponenten subtrahiert und die Basis beibehält.

Beispiel:

$$2^{5}:2^{3}=2^{5-3}=2^{2}=4$$

$$a^{-2}:a^{3}=a^{-2-3}=a^{-5}=\frac{1}{a^{5}}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{3}:\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=\left(\frac{1}{2}\right)^{3-(-2)}=\left(\frac{1}{2}\right)^{3+2}= \left(\frac{1}{2}\right)^{5}= \frac{1^{5}}{2^{5}}= \frac{1}{32}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}:\left(\frac{2}{3}\right)^{2}=\left(\frac{2}{3}\right)^{-1-2}=\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}= \left(\frac{3}{2}\right)^{+3}= \frac{3^{3}}{2^{3}}= \frac{27}{8}=3\frac{3}{8}$$

0,75322 : 0,75322 = 0,75322-2 = 0,75320 = 1

Regel: Multiplikation / Division zweier Potenzen mit unterschiedlicher Basis und gleicher Hochzahl.

Zwei Potenzen mit unterschiedlicher Basis werden multipliziert/dividiert, indem man die Basis multipliziert/dividiert und den Exponenten beibehält.

Kurz:

$$a^{c}⋅b^{c}=\left(a⋅b\right)^{c}$$

Beispiel$: 2^{2}⋅3^{2}=\left(2⋅3\right)^{2}=6^{2}=36$

$$6^{3}:2^{3}=\left(6:2\right)^{3}=3^{3}=27$$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{n}⋅\left(2\right)^{n}=\left(\frac{1}{2}⋅2\right)^{n}=1^{n}=1$

$$3^{-n}:2^{-n}=\left(3:2\right)^{-n}=\left(\frac{3}{2}\right)^{-n}^{}= \left(\frac{2}{3}\right)^{+n}^{}$$

Vereinfache: $\left(P+9\right)^{2}\left(P-9\right)^{2}=\left(\left(p+9\right)\left(p-9\right)\right)^{2}=\left(p^{2}-81\right)^{2}= p^{4}-162p^{2}+81^{2}$

Potenzieren von Potenzen

Eine Potenz wird potenziert, indem man die Exponenten multipliziert.

Kurz: $\left(a^{b}\right)^{c}=a^{b⋅c}$

$$\left(2^{3}\right)^{2}=2^{3⋅2}=2^{6}=64$$

Schreib als Potenz mit möglichst kleiner Basis: 25³ = (5²)³ = $5^{6}$

[(-2)²]³ = $(-2)^{2 ∙3}=(-2)^{6}= + 64 $